WOJEWÓDZKI KONKURS
MATEMATYKA W ZARZĄDZANIU

dla uczniów szkół ponadgimnazjalnych
22.03.2018 r.

Zadanie 1 *(8 punktów)*
Do zbiornika zawierającego *d* [hl] płynu dopływa każdego dnia o 2 hl płynu więcej niż dnia poprzedniego, przy czym pierwszego dnia dopływa 25 hl. Równocześnie codziennie pobiera się ze zbiornika 50 hl płynu. Operacja zakończy się, gdy w zbiorniku będzie znowu *d* [hl] płynu.

a) Jaką wartość powinna mieć liczba *d*, aby operacja powiodła się i zbiornik nigdy nie był pusty?
b) Którego dnia w zbiorniku będzie najmniej płynu?
c) Którego dnia zawartość zbiornika zwiększy się o 23 hl?
d) Którego dnia zakończy się operacja?

Odp.

a) Zbiornik nigdy nie będzie pusty, gdy $d > 169$.
b) Najmniej płynu będzie w zbiorniku w trzynastym dniu operacji.
c) Zawartość zbiornika zwiększy się o 23 hl dwudziestego czwartego dnia.
d) Operacja zakończy się 26 dnia.

Zadanie 2 *(7 punktów)*
Fabryka produkuje puszki w kształcie walca o objętości 1,1 dm^3. Na górne dno puszki przeznaczono blachę o 20% droższą niż na dno dolne i powierzchnię boczną. Na wycięcie koła o promieniu r [dm] zużywa się w fabryce $4r^2$ [dm^2] blachy. Wyznacz takie wymiary puszki, aby koszt jej produkcji był najmniejszy.

Odp.: Koszt produkcji puszki będzie najmniejszy, gdy $r = 0{,}5\,dm$ i $h = \frac{4{,}4}{\pi} \approx 1{,}4\,dm$

Zadanie 3 *(6 punktów)*
Klasa 4a napisała sprawdzian z matematyki. Korzystając z informacji podanych w tabeli, oblicz średnią ocen z tego sprawdzianu oraz odchylenie standardowe dla całej klasy. Wyniki podaj z zaokrągleniem do jednego miejsca po przecinku.

	Dziewczęta	**Chłopcy**
liczba osób	11	14
średnia ocen	4,0	3,8
odchylenie standardowe	1,1	1,8

Odp. Średnia: $\frac{44+53}{11+14} = \frac{97}{25} = 3,88.$,
Odchylenie standardowe: $\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{2,35672} \approx 1,54.$

Zadanie 4 *(4 punkty)*
W kąt o mierze *x* wpisano ciąg kół w taki sposób, że pierwsze koło ma promień *r* i jest styczne do ramion kąta, a każde następne koło ma mniejszy promień i jest styczne do poprzedniego koła oraz do ramion kąta. Oblicz sumę pól wszystkich kół.

Odp. $S = \frac{\pi r^2 (1+sin\frac{x}{2})^2}{4sin\frac{x}{2}}$

Zadanie 5 *(3 punkty)*
W szafie znajduje się 10 różnych par butów. Wyjęto z szafy w sposób losowy cztery buty. Oblicz prawdopodobieństwa zdarzenia, że wśród wyjętych butów będzie dokładnie jedna para.

Odp. $P(A) = \frac{96}{323}$

Zadanie 6 *(5 punktów)*
Przez punkt okręgu poprowadzono dwie cięciwy równe *a* i *b*. Jeżeli połączyć ich końce, to otrzyma się trójkąt o polu *S*. Wyznacz promień okręgu.

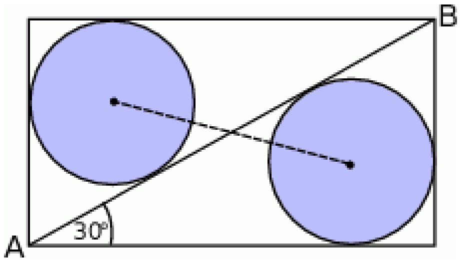
Odp. Zadanie nie ma rozwiązania dla $S > \frac{1}{2}ab$

$R = \frac{ab\sqrt{a^2+b^2-2\sqrt{a^2b^2-4S^2}}}{4S}$ w przypadku, gdy kąt między cięciwami jest ostry

$R = \frac{ab\sqrt{a^2+b^2+2\sqrt{a^2b^2-4S^2}}}{4S}$ w przypadku, gdy kąt między cięciwami jest rozwarty

$R = \frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2}$ w przypadku, gdy kąt między cięciwami jest prosty

Zadanie 7 *(6 punktów)*
Na rysunku przedstawiony został szkic części parku. Dwie fontanny wpisano w prostokątny klomb kwiatów. Są one styczne do linii przekątnej klombu. Wiedząc, że przekątna klombu ma długość AB=10 m oraz tworzy ona z jednym z boków klombu kąt o mierze 30°, wyznacz odległość środków tych fontann



Odp. $10\sqrt{2-\sqrt{3}}$

Zadanie 8 *(6 punktów)*
Z dwóch miast A i B, odległych od siebie o 18 kilometrów, wyruszyli naprzeciw siebie dwaj turyści. Pierwszy turysta wyszedł z miasta A o jedną godzinę wcześniej niż drugi z miasta B. Oblicz prędkość, z jaką szedł każdy turysta, jeżeli wiadomo, że po spotkaniu pierwszy turysta szedł do miasta B jeszcze 1,5 godziny, drugi zaś szedł jeszcze 4 godziny do miasta A.

Odp.
$$\begin{cases} v_1 = \frac{36}{2t+3} = \frac{36}{9} = 4 \\ v_2 = \frac{18}{t+3} = \frac{18}{6} = 3. \end{cases}$$